

Il calcolo delle valvole di sicurezza per gas

di Renato Pintabona e Panio Colacicco

Il dimensionamento delle valvole di sicurezza destinate a scaricare gas o vapori, secondo la Raccolta "E" dell'Ispe, richiede la conoscenza dell'esponente isoentropico k alle condizioni di scarico. In questo articolo vengono dati alcuni criteri per la stima del valore di k per i gas reali e viene messo in evidenza l'errore che si può commettere nel considerare k uguale al rapporto tra i calori specifici.

Una applicazione non attenta del fascicolo E.1 della raccolta "E", relativo al dimensionamento delle valvole di sicurezza, può fare sovrastimare la capacità di scarico delle valvole e dei dischi a rottura prestabilita.

Un primo e grossolano errore da evitare è quello di utilizzare la formula della raccolta "E", valida per gas o vapori, in casi dove in realtà avviene uno scarico bifase di liquido e gas/vapore. In tali casi infatti, i diametri calcolati saranno senz'altro sottodimensionati rispetto alla reale necessità.

Un secondo errore, che in molti casi può portare al sottodimensionamento del sistema di sicurezza, è quello di dare all'esponente isoentropico k il valore del rapporto c_p/c_v .

Mentre il primo punto sarà oggetto di una serie di interventi successivi, qui si vogliono dare alcune indicazioni utili per il calcolo dell'esponente isoentropico e mostrare, in casi concreti, l'entità dell'errore che si può commettere.

Efflusso isoentropico attraverso un ugello

La formula che viene utilizzata nella raccolta "E" [1], come pure nelle altre normative italiane [2] ed estere [3], per il calcolo delle valvole di sicurezza che devono scaricare gas o vapori, è quella dell'efflusso isoentropico attraverso un ugello in condizioni di salto critico, che per un gas ideale è:

$$A = \frac{q}{(394,9 \cdot C) p_1} \left[\frac{T_1}{M} \right]^{1/2}$$

dove il coefficiente di espansione C è dato da:

$$C = \left[k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{(k+1)/(k-1)} \right]^{1/2}$$

essendo k l'esponente della equazione dell'espansione isoentropica:

$$p \cdot v^k = \text{cost}$$

Dott. ing. Renato Pintabona, responsabile tecnico della Ingemo Impianti di Milano; dott. ing. Panio Colacicco, Dipartimento Omologazioni dell'Ispe di Milano.

Tabella 1

Fluido	P1(bar)	T1(°C)	q'(kg/h)	q'(kg/h)	(q'/q)x100
Metano	12	50	1472	1466	100,4
Metano	23	200	2314	2267	102,1
Propano	12	100	2261	2181	103,7
Esano	12	178	3099	2740	113,1
Esano	23	220	6519	5111	127,5
Eptano	12	215	3232	2821	114,4

q' = portata calcolata con k pari a c_p/c_v (20 °C, 1 atm)
 q = portata calcolata con $k = (c_p/c_v) \cdot (Z/Z_p)$

Introducendo il coefficiente sperimentale di efflusso della valvola di sicurezza K_s , che tiene conto globalmente delle caratteristiche reali di efflusso della valvola, un coefficiente di sicurezza pari a 0,9 ed il fattore di comprimibilità Z_1 per il fluido reale, si perviene alla formulazione della raccolta "E":

$$A = \frac{q}{(0,9 \cdot K_s)(394,9 \cdot C)p_1} \left[\frac{Z_1 \cdot T_1}{M} \right]^{1/2} \quad (1)$$

L'esponente isoentropico k può essere espresso [2] come:

$$k = - (V/P) \cdot (\delta P/\delta V)_S \quad (2)$$

Per un gas ideale, per il quale $(P \cdot V)/(R \cdot T) = 1$, si dimostra che k è pari al rapporto c_p/c_v tra i calori specifici a pressione e volume costanti.

Per un gas reale, k può essere espresso (cfr. appendice B) da:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{Z}{Z_p} \quad (3)$$

dove Z è il fattore di comprimibilità definito da $Z = (P \cdot V)/(R \cdot T)$ e Z_p è il "fattore di comprimibilità derivato".

Nella applicazione della (3), secondo la raccolta "E", i valori di c_p/c_v , Z e Z_p devono essere valutati alle condizioni di scarico p_1 e T_1 .

Il "fattore di comprimibilità derivato" Z_p è definito [4] come:

$$Z_p = Z - P_r \cdot (\delta Z/\delta P_r)_{T_r}$$

Il fattore di comprimibilità Z può essere espresso come:

$$Z = Z^{(0)} + \Omega \cdot Z^{(1)} \quad (4)$$

ed analogamente, Z_p può essere espresso come:

$$Z_p = Z_p^{(0)} + \Omega \cdot Z_p^{(1)} \quad (5)$$

dove i valori di $Z^{(0)}$, $Z^{(1)}$, $Z_p^{(0)}$ e $Z_p^{(1)}$ sono tabulati in appendice A in funzione di P_r e T_r .

Nella (4) e (5), Ω è il fattore acentrico di Pitzer definito da:

$$\Omega = -\log_{10} p_r^{SAT} - 1,00 \quad (10)$$

dove p_r^{SAT} è la pressione di vapore ridotta corrispondente a un valore di temperatura ridotta $T_r = T/T_c = 0,7$. In appendice A sono riportati i valori di Ω di alcuni fluidi.

Z e Z_p possono anche essere direttamente ricavati da una equazione di stato analitica.

Un esempio numerico

Passando ad un esempio numerico, supponiamo di dover calcolare la capacità di scarico di una valvola di sicurezza nelle seguenti condizioni:

- fluido : n-Butano
- stato fisico : vapor surriscaldato
- massa molecolare : 58,119
- pressione taratura : 19,78 bar
- sovrappressione : 10 %
- temperatura fluido : 400 K
- K efflusso : 0,9
- diametro orifizio : 100 mm

la pressione di scarico è data da:

$$p_1 = 19,78 \cdot 1,1 + 1,013 = 22,78 \text{ bar}$$

Essendo per il n-Butano $T_c = 425,18 \text{ K}$, $P_c = 37,96 \text{ bar}$, abbiamo:

$$\begin{aligned} T_r &= 400/425,18 = 0,94 \\ P_r &= 22,78/37,96 = 0,60 \end{aligned}$$

ed utilizzando le tabelle in appendice A, si ha:

$$\begin{aligned} Z &= Z^{(0)} + \Omega \cdot Z^{(1)} = 0,680 - 0,193 \cdot 0,138 = 0,65 \\ Z_p &= Z_p^{(0)} + \Omega \cdot Z_p^{(1)} = 1,130 + 0,193 \cdot 0,30 = 1,18 \end{aligned}$$

Conoscendo il volume specifico del vapore alle condizioni di scarico (p_1 , T_1), pari a $0,01634 \text{ m}^3/\text{kg}$ ($0,0009498 \text{ m}^3/\text{g-mole}$), avremmo potuto calcolare Z anche dalla:

$$Z = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{22,78 \cdot 10^5 \cdot 0,0009498}{8,3144 \cdot 400} = 0,65$$

Essendo il rapporto tra i calori specifici a pressione e volume costante, alle condizioni di scarico (p_1 , T_1), pari a 1,36, dalla (3) abbiamo:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{Z}{Z_p} = 1,36 \cdot \frac{0,65}{1,18} = 0,75$$

Applicando la formula (1), risolta per il calcolo della portata, abbiamo un valore di portata di scarico pari a 147.060 kg/h .

Se avessimo invece usato il valore di c_p/c_v ad 1 atm e 20 °C, avremmo avuto $k = 1,19$ e dalla (1) una portata di scarico pari a 174848 kg/h . Ciò ci avrebbe portato a sovrastimare la capacità di scarico della valvola di sicurezza del 19% circa. L'errore che si può commettere, assegnando a k il valore c_p/c_v , può essere molto superiore a quello dell'esempio preso in considerazione.

Per dare un'idea, in tabella 1 sono riportate, per altri idrocarburi saturi, le portate di un orifizio da 18 mm, calcolate nei due casi. I calcoli sono stati eseguiti con un software appositamente sviluppato.

Il software non utilizza le (4)(5) ma, partendo dall'equazione di stato di Redlich e Kwong modificata, calcola il valore dell'esponente isoentropico mediante correlazioni termodinamiche.

Appendice A

Le tabelle riportate in questa appendice sono parziali. Una copia integrale può essere ottenuta richiedendola agli autori.

Tavola I - $Z^{(0)}$ in funzione di P_r e T_r [5]

T_r	P_r						
	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	2,000	3,000
0,80	0,0661	0,0985	0,1307	0,1626	0,1942	0,3182	0,4690
0,85	0,0661	0,0983	0,1301	0,1614	0,1924	0,3132	0,4591
0,90	0,7800	0,1006	0,1321	0,1630	0,1935	0,3114	0,4527
0,95	0,8206	0,6967	0,1410	0,1705	0,1998	0,3138	0,4501
1,00	0,8509	0,7574	0,6353	0,2901	0,2237	0,3229	0,4522
1,05	0,8743	0,8002	0,7130	0,6026	0,4437	0,3452	0,4604
1,10	0,8930	0,8323	0,7649	0,6880	0,5984	0,3953	0,4770
1,15	0,9081	0,8576	0,8032	0,7443	0,6803	0,4760	0,5042
1,20	0,9205	0,8779	0,8330	0,7858	0,7363	0,5605	0,5425
1,30	0,9396	0,9083	0,8764	0,8438	0,8111	0,6908	0,6344

Tavola II - $Z^{(1)}$ in funzione di P_r e T_r [5]

T_r	P_r						
	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	2,000	3,000
0,80	-0,0272	-0,0401	-0,0526	-0,0648	-0,0767	-0,1217	-0,1736
0,85	-0,0268	-0,0391	-0,0509	-0,0622	-0,0731	-0,1138	-0,1602
0,90	-0,1118	-0,0396	-0,0503	-0,0604	-0,0701	-0,1059	-0,1463
0,95	-0,0589	-0,1110	-0,0540	-0,0607	-0,0678	-0,0967	-0,1310
1,00	-0,0285	-0,0435	-0,0588	-0,0679	-0,0609	-0,0824	-0,1118
1,05	-0,0092	-0,0097	-0,0032	-0,0220	-0,1059	-0,0432	-0,0838
1,10	-0,0038	-0,0106	-0,0236	-0,0476	-0,0897	-0,0698	-0,0373
1,15	0,0127	0,0237	0,0396	0,0625	0,0943	0,1667	0,0332
1,20	0,0190	0,0326	0,0499	0,0719	0,0991	0,1990	0,1095
1,30	0,0267	0,0429	0,0612	0,0819	0,1048	0,1991	0,2079

Tavola III - $Z_p^{(0)}$ in funzione di P_r e T_r [4]

T_r	P_r						
	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	2,000	3,000
0,80	0,000	0,000	0,005	0,010	0,010	0,021	0,038
0,85	0,000	0,005	0,010	0,010	0,010	0,021	0,039
0,90	1,058	0,005	0,005	0,007	0,013	0,028	0,046
0,95	1,042	1,120	0,020	0,020	0,029	0,040	0,055
1,00	1,020	1,070	1,171		0,120	0,070	0,076
1,05	1,011	1,040	1,094	1,219	1,590	0,150	0,109
1,10	1,009	1,026	1,053	1,073	1,146	0,365	0,166
1,15	1,007	1,018	1,052	1,055	1,063	0,667	0,284
1,20	1,005	1,010	1,019	1,026	1,030	0,803	0,442
1,30	1,002	1,003	1,006	1,008	1,005	0,915	0,657

Tavola IV - $Z_p^{(1)}$ in funzione di P_r e T_r [4]

T_r	P_r						
	0,400	0,600	0,800	1,000	1,200	2,000	3,000
0,80	0,005	0,000	-0,005	-0,010	-0,010	-0,030	-0,030
0,85	0,010	0,000	-0,010	-0,010	-0,010	-0,040	-0,070
0,90	0,030	-0,010	-0,020	-0,020	-0,020	-0,040	-0,090
0,95	0,020	0,200	-0,010	-0,020	-0,030	-0,050	-0,080
1,00	0,010	0,010	0,300		-0,040	-0,060	-0,070
1,05	0,000	-0,010	-0,010	0,040	0,100	0,040	0,020
1,10	0,000	-0,020	-0,050	-0,070	-0,090	0,260	0,020
1,15	0,000	-0,030	-0,060	-0,060	-0,080	0,450	0,020
1,20	0,000	-0,020	-0,040	-0,080	-0,100	0,220	0,360
1,30	0,000	0,000	-0,020	-0,040	-0,060	0,100	0,380

Tavola V - Dati critici e fattore acentrico

Sostanza	Formula	Peso Molecolare	$T_c(K)$	$P_c(Pa)$	Ω
Metano	CH ₄	16,043	190,6	46,0·10 ⁵	0,008
Etilene	C ₂ H ₄	28,054	282,4	50,3·10 ⁵	0,085
Etano	C ₂ H ₆	30,070	305,4	48,8·10 ⁵	0,098
Propano	C ₃ H ₈	44,097	369,8	42,4·10 ⁵	0,152
Propilene	C ₃ H ₆	42,081	365,0	46,2·10 ⁵	0,148
Ciclopropano	C ₃ H ₆	42,081	397,8	54,9·10 ⁵	0,264
n-Butano	C ₄ H ₁₀	58,124	425,2	38,0·10 ⁵	0,193
Isobutano	C ₄ H ₁₀	58,124	408,1	36,5·10 ⁵	0,176
n-Pentano	C ₅ H ₁₂	72,151	469,6	33,7·10 ⁵	0,251
n-Esano	C ₆ H ₁₄	84,178	507,4	29,7·10 ⁵	0,296
n-Eptano	C ₇ H ₁₆	100,205	540,2	27,3·10 ⁵	0,351

Tavola VI - Tabella di Bridgman in termini di Z_T e Z_p [4]

$(\delta T)_P = -(\delta P)_T = 1$
$(\delta V)_P = -(\delta P)_V = RZ_T/P$
$(\delta S)_P = -(\delta P)_S = c_p/T$
$(\delta V)_T = -(\delta T)_V = Z_p \cdot R \cdot T/P^2$
$(\delta S)_T = -(\delta T)_S = R \cdot Z_T/P$
$(\delta S)_V = -(\delta V)_S = R(-c_p \cdot Z_p + R \cdot Z_T^2)/P^2$

Appendice B - Derivazione delle formule

Differenziando l'equazione di stato $V = Z \cdot R \cdot T/P$, abbiamo:

$$(\delta V/\delta T)_P = (R/P) \cdot [Z + T(\delta Z/\delta T)_P] \quad (B.1)$$

$$(\delta V/\delta P)_T = -(R \cdot T/P^2) \cdot [Z - P(\delta Z/\delta P)_T] \quad (B.2)$$

i due termini in parentesi quadra sono definiti come "fattori di comprimibilità derivati" ed indicati con i simboli Z_p e Z_T :

$$Z_p = Z - P(\delta Z/\delta P)_T = Z - P_r(\delta Z/\delta P_r)_{T_r} \quad (B.3)$$

$$Z_T = Z + T(\delta Z/\delta T)_P = Z + T_r(\delta Z/\delta T_r)_{P_r} \quad (B.4)$$

dalla (B.2) sostituendo Z_T ed invertendo, otteniamo:

$$(\delta P_r / \delta V_r)_{T_r} = - \frac{P_r \cdot Z}{Z_p \cdot V_r} \quad (B.5)$$

analogamente si ottiene:

$$(\delta P_r / \delta T_r)_{V_r} = \frac{P_r \cdot Z_T}{Z_p \cdot T_r} \quad (B.6)$$

I valori dei "fattori di comprimibilità derivati" Z_p e Z_T possono anche essere ottenuti dalle (B.5) e (B.6) sulla base di una equazione di stato analitica del tipo $P = f(V, T)$.

La tavola VI dell'appendice A, riporta una parte della tabella di Bridgman in termini di Z_T e Z_p . Utilizzando tale tavola per risolvere la (2):

$$k = - (V/P) \cdot (\delta P/\delta V)_S \quad (2)$$

abbiamo:

$$k = \frac{Z \cdot c_p}{c_p \cdot Z_p - R \cdot Z_T^2} = \frac{Z \cdot c_p / Z_p}{c_p - R \cdot Z_T^2 / Z_p} \quad (B.7)$$

La differenza tra i calori specifici a pressione e volume costante può essere espressa mediante:

$$c_p - c_v = T \frac{(\delta V/\delta T)_P}{(\delta T/\delta P)_V} = R \frac{Z_T^2}{Z_p}$$

sostituendo nella (B.7), otteniamo

$$k = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{Z}{Z_p} \quad (6)$$

Il rapporto Z/Z_p può essere sia maggiore che minore di 1. Nel caso del gas ideale si ha $Z = Z_p = 1$ e quindi $k = c_p/c_v$.

Simbologia

- A = area della sezione minima dell'orifizio (cm²)
- C = coefficiente di espansione definito dalla (2)
- c_p = calore specifico a pressione costante (J/g-mole/ K)
- c_v = calore specifico a volume costante (J/g-mole/ K)
- K = coefficiente sperimentale di efflusso della valvola
- P = pressione (Pa ass.)
- P_c = pressione critica (Pa ass.)
- P_r = pressione ridotta P/P_c
- p₁ = pressione di scarico (bar ass.)
- q = portata di gas o vapore (kg/h)
- R = cost. universale dei gas = 8,3144 (J/g-mole/ K)
- T = temperatura (K)
- T_c = temperatura critica (K)
- T_r = temperatura ridotta T/T_c
- T₁ = temperatura di scarico (K)
- S = entropia (J/g-mole/K)
- V = volume molare (m³/g-mole)
- v = volume specifico (m³/kg)
- Z = fattore di comprimibilità
- Z₁ = fattore di comprimibilità a p₁ e T₁
- Ω = fattore acentrico di Pitzer definito dalla (10)

Bibliografia

- [1] Specificazioni tecniche applicative del DM 21/05/94 - Raccolta E.
- [2] Uni 9335 - Valvole di sicurezza - Requisiti generali - Aprile '89.
- [3] *Guide for pressure-relieving and depressuring systems* - Api recommended practice 521 - 3rd ed., Nov. 1990.
- [4] Reid R.C., J.R. Valbert - Ind. Eng. Chem. Fundam., 1, 292 (1962).
- [5] Lee B.L., Kesler M.G. - Aiche J., 21, 510 (1975).